

Extremwerte berechnen

Bei allen Aufgaben:

1. Ableitung bilden
2. Null setzen
3. x (oder wie die Variable gerade heißt) ausrechnen → ev. mehrere Lösungen (große oder kleine Lösungsformel!)
4. Jede Lösung in die gegebene Funktion einsetzen → ergibt y
5. Jedes x mit dazugehörigem y als Punkt aufschreiben: E(x | y)

Beispiel:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 13$$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$

$$6x^2 + 6x - 36 = 0 \quad | :6$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

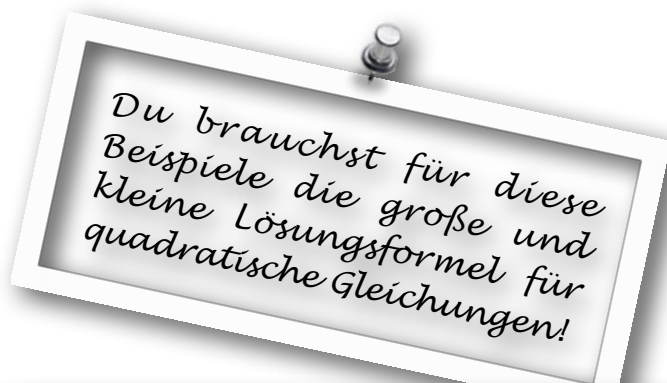
$$x_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 6} = -0,5 \pm 2,5$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 2$$

$$f(-3) = 94$$

$$f(2) = -31$$

$$E_1(-3 | 94) \quad E_2(2 | -31)$$



Aufgaben:

1. $f(x) = 8x^2 - 24x + 33$
2. $f(x) = -x^2 + 6x + 11$
3. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 6$
4. $f(x) = x^3 - 12x^2 + 21x + 3$
5. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 10$
6. $f(x) = x^3 - 16,5x^2 + 30x + 50$
7. $f(x) = 14x^3 - 42x + 28$
8. $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4$
9. $f(t) = 3t^4 - 8t^3 + 6t^2 - 1$

Sind das wirklich alles Extremwerte?

Nein. Um sicher zu gehen, dass ein gefundener Punkt wirklich ein Hoch- oder Tiefpunkt ist, muss man die Ableitung f' noch einmal ableiten und die gefundene Lösung x in diese einsetzen. Am Beispiel 3 soll dies erläutert werden:

$$f'(x) = 3x^2 - 18x + 24$$

Durch Null-Setzen von f' erhält man die Lösungen

$$x_1 = 2 \text{ und } x_2 = 4$$

Jetzt leitet man f' noch einmal ab:

$$f''(x) = 6x - 18$$

Nun in f'' nacheinander beide Lösungen einsetzen:

$$f''(2) = -6$$

$$f''(4) = 6$$

Was bedeutet dieses Ergebnis?

Es ist nur das Vorzeichen wichtig!

$f''(x) > 0$ (also positiv) \Rightarrow Tiefpunkt
$f''(x) < 0$ (also negativ) \Rightarrow Hochpunkt
$f''(x) = 0 \Rightarrow$ Wendepunkt (lernen wir später)

D.h. auf dieses Beispiel bezogen:

Bei $x = 2$ ist ein Hochpunkt, weil $f''(2)$ negativ ist, und bei $x = 4$ ist ein Tiefpunkt, weil $f''(4)$ positiv ist.

f' heißt **erste Ableitung**

f'' heißt **zweite Ableitung**

Lösungen (ungeordnet)		
(2 26)	(1 0)	(4 22)
(1,5 15)	(2 -2)	(1 64,5)
(10 -300)	(1 13)	(-1 56)
(3 20)	(0 -1)	(1,5 2,3125)
(7 -95)	(1 0)	(0 4)