Extremwerte berechnen

Bei allen Aufgaben:
1. Ableitung bilden
2. Null setzen
3. x (oder wie die Variable gerade heißt) ausrechnen → ev. mehrere Lösungen (große oder kleine Lösungsformel!)
4. Jede Lösung in die gegebene Funktion einsetzen → ergibt y
5. Jedes x mit dazugehörigem y als Punkt aufschreiben: E(x I y)

Beispiel:

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 13$

$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$
$6x^2 + 6x - 36 = 0 \quad |:6$
$x^2 + x - 6 = 0$
$x_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 6} = -0{,}5 \pm 2{,}5$
$x_1 = -3 \quad x_2 = 2$
$f(-3) = 94$
$f(2) = -31$
$\underline{\underline{E_1(-3|94)}} \quad \underline{\underline{E_2(2|-31)}}$

Aufgaben:

1. $f(x) = 8x^2 - 24x + 33$
2. $f(x) = -x^2 + 6x + 11$
3. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 6$
4. $f(x) = x^3 - 12x^2 + 21x + 3$
5. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 10$
6. $f(x) = x^3 - 16{,}5x^2 + 30x + 50$
7. $f(x) = 14x^3 - 42x + 28$
8. $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4$
9. $f(t) = 3t^4 - 8t^3 + 6t^2 - 1$

Lösungen (ungeordnet)		
(2 | 26)	(1 | 0)	(4 | 22)
(1,5 | 15)	(2 | –2)	(1 | 64,5)
(10 | –300)	(1 | 13)	(–1 | 56)
(3 | 20)	(0 | –1)	(1,5 | 2,3125)
(7 | –95)	(1 | 0)	(0 | 4)

Du brauchst für diese Beispiele die große und kleine Lösungsformel für quadratische Gleichungen!

Sind das wirklich alles Extremwerte?

Nein. Um sicher zu gehen, dass ein gefundener Punkt wirklich ein Hoch- oder Tiefpunkt ist, muss man die Ableitung f' noch einmal ableiten und die gefundene Lösung x in diese einsetzen. Am Beispiel 3 soll dies erläutert werden:

$f'(x) = 3x^2 - 18x + 24$

Durch Null-Setzen von f' erhält man die Lösungen
$x_1 = 2$ und $x_2 = 4$

Jetzt leitet man f' noch einmal ab:
$f''(x) = 6x - 18$

Nun in f'' nacheinander beide Lösungen einsetzen:
$f''(2) = -6$
$f''(4) = 6$

Was bedeutet dieses Ergebnis?
Es ist nur das Vorzeichen wichtig!

$f''(x) > 0$ (also positiv) $\Rightarrow$ Tiefpunkt
$f''(x) < 0$ (also negativ) $\Rightarrow$ Hochpunkt
$f''(x) = 0 \Rightarrow$ Wendepunkt (lernen wir später)

D.h. auf dieses Beispiel bezogen:
Bei x = 2 ist ein Hochpunkt, weil f''(2) negativ ist, und bei x = 4 ist ein Tiefpunkt, weil f''(4) positiv ist.

---

f' heißt **erste Ableitung**
f'' heißt **zweite Ableitung**