

Mathematik (AHS)

Formelsammlung

für die standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung
(ab Schuljahr 2017/18)

1 Potenzen

Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

$$a \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} \quad a^1 = a \quad a^0 = 1 \quad a^{-1} = \frac{1}{a} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Potenzen mit rationalen Exponenten (Wurzeln)

$$a, b \in \mathbb{R}_0^+; n, k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$a = \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a^n = b \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k} \quad a^{-\frac{k}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^k}} \text{ mit } a > 0$$

Rechenregeln

$$a, b \in \mathbb{R}^+; r, s \in \mathbb{Q}$$

$$a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; r, s \in \mathbb{Z}$$

$$a, b \in \mathbb{R}_0^+; m, n, k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$$

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

Binomische Formeln

$$a, b \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$$

$$(a - b)^n = \sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$$

2 Logarithmen

$$a, b, c \in \mathbb{R}^+; a \neq 1, x, r \in \mathbb{R}$$

$$x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c) \quad \log_a(b^r) = r \cdot \log_a(b) \quad \log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a(b)$$

$$\log_a(a^x) = x \quad \log_a(a) = 1 \quad \log_a(1) = 0 \quad \log_a\left(\frac{1}{a}\right) = -1$$

natürlicher Logarithmus (Logarithmus zur Basis e): $\ln(b) = \log_e(b)$

dekadischer Logarithmus (Logarithmus zur Basis 10): $\lg(b) = \log_{10}(b)$

3 Quadratische Gleichungen

$$p, q \in \mathbb{R}$$

$$x^2 + p \cdot x + q = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Satz von Vieta

x_1 und x_2 sind genau dann die Lösungen der Gleichung $x^2 + p \cdot x + q = 0$, wenn gilt:

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Zerlegung in Linearfaktoren:

$$x^2 + p \cdot x + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

4 Ebene Figuren

A ... Flächeninhalt

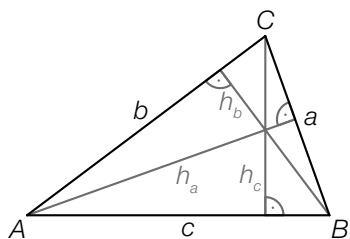
u ... Umfang

Dreieck

$$u = a + b + c$$

Allgemeines Dreieck

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

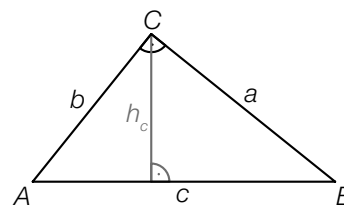


Rechtwinkeliges Dreieck

mit Hypotenuse c und Katheten a, b

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$



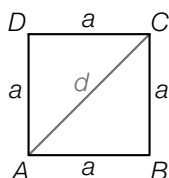
Viereck

Quadrat

$$A = a^2 = \frac{d^2}{2}$$

$$d = a \cdot \sqrt{2}$$

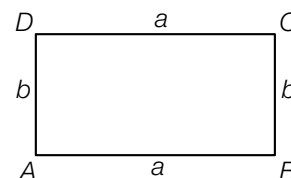
$$u = 4 \cdot a$$



Rechteck

$$A = a \cdot b$$

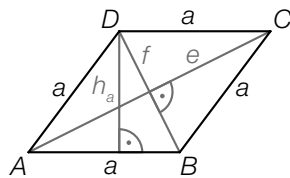
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



Raute (Rhombus)

$$A = a \cdot h_a = \frac{e \cdot f}{2}$$

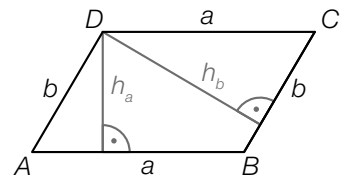
$$u = 4 \cdot a$$



Parallelogramm

$$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

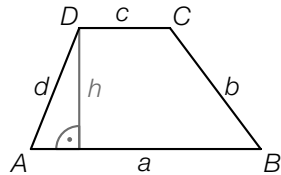
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



Trapez

$$A = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$$

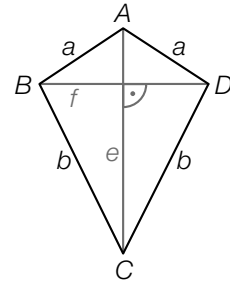
$$u = a + b + c + d$$



Deltoid

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$

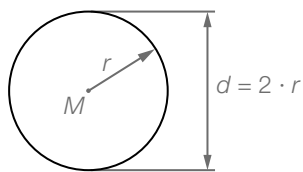
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



Kreis

$$A = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$u = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$$



5 Körper

V ... Volumen

O ... Inhalt der Oberfläche

G ... Inhalt der Grundfläche

M ... Inhalt der Mantelfläche

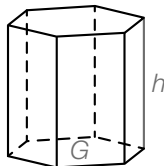
u_G ... Umfang der Grundfläche

Gerades Prisma

$$V = G \cdot h$$

$$M = u_G \cdot h$$

$$O = 2 \cdot G + M$$

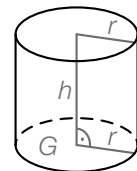


Drehzylinder

$$V = G \cdot h$$

$$M = u_G \cdot h$$

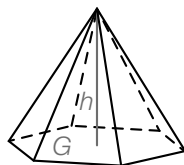
$$O = 2 \cdot G + M$$



Gerade Pyramide

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$O = G + M$$

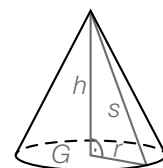


Drehkegel

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$M = \pi \cdot r \cdot s$$

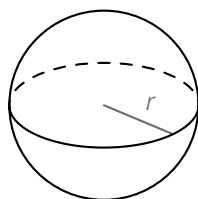
$$O = G + M$$



Kugel

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



6 Trigonometrie

Umrechnung zwischen Gradmaß (DEG) und Bogenmaß (RAD)

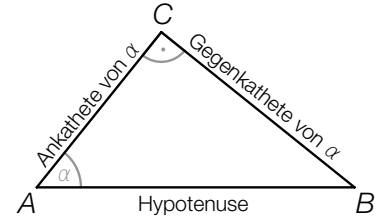
$$\alpha_{\text{DEG}} = \alpha_{\text{RAD}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \quad \text{bzw.} \quad \alpha_{\text{RAD}} = \alpha_{\text{DEG}} \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

Sinus: $\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

Cosinus: $\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

Tangens: $\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$



7 Vektoren

P, Q ... Punkte

Vektoren in \mathbb{R}^2

Pfeil von P nach Q :

$$P = (p_1 | p_2), \quad Q = (q_1 | q_2)$$

$$\vec{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$$

Rechenregeln in \mathbb{R}^2

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \end{pmatrix}$$

$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}$$

Skalares Produkt in \mathbb{R}^2

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

Betrag (Länge) eines Vektors in \mathbb{R}^2

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Vektoren in \mathbb{R}^n

Pfeil von P nach Q :

$$P = (p_1 | p_2 | \dots | p_n), \quad Q = (q_1 | q_2 | \dots | q_n)$$

$$\vec{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \\ \vdots \\ q_n - p_n \end{pmatrix}$$

Rechenregeln in \mathbb{R}^n

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, \quad \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ \vdots \\ a_n \pm b_n \end{pmatrix}$$

$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \\ \vdots \\ k \cdot a_n \end{pmatrix} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}$$

Skalares Produkt in \mathbb{R}^n

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n$$

Betrag (Länge) eines Vektors in \mathbb{R}^n

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$$

Normalvektoren zu $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ in \mathbb{R}^2

$$\vec{n} = v \cdot \begin{pmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{pmatrix} \text{ mit } v \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Orthogonalitätskriterium

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \text{ mit } \vec{a}, \vec{b} \neq 0$$

Winkel φ zwischen \vec{a} und \vec{b}

$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Parallelitätskriterium

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = v \cdot \vec{b} \text{ mit } v \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ und } \vec{a}, \vec{b} \neq 0$$

8 Geradengleichungen

g ... Gerade

\vec{g} ... ein Richtungsvektor der Geraden g
 \vec{n} ... ein Normalvektor der Geraden g
 X, P ... Punkte auf der Geraden g
 k ... Steigung der Geraden g
 α ... Steigungswinkel der Geraden g
 $a, b, k, d \in \mathbb{R}$

Parameterdarstellung einer Geraden g in \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3

$$g: X = P + t \cdot \vec{g} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

Gleichung einer Geraden g in \mathbb{R}^2

als Funktionsgleichung:

$$g: y = k \cdot x + d$$

dabei gilt $k = \tan(\alpha)$

als allgemeine Geradengleichung:

$$g: a \cdot x + b \cdot y = c$$

als Normalvektordarstellung:

$$g: \vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot P$$

dabei gilt $\vec{n} \parallel \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

9 Änderungsmaße

Für reelle auf einem Intervall $[a; b]$ definierte Funktionen f gilt:

Absolute Änderung von f in $[a; b]$

$$f(b) - f(a)$$

Relative (prozentuelle) Änderung von f in $[a; b]$

$$\frac{f(b) - f(a)}{f(a)} \text{ mit } f(a) \neq 0$$

Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) von f in $[a; b]$ bzw. $[x; x + \Delta x]$

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \text{ bzw. } \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \text{ mit } b \neq a \text{ bzw. } \Delta x \neq 0$$

Differenzialquotient (lokale bzw. „momentane“ Änderungsrate) von f an der Stelle x

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \text{ bzw. } f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

10 Ableitung und Integral

$f, g, h \dots$ auf ganz \mathbb{R} oder in einem Intervall definierte differenzierbare Funktionen

$F \dots$ Stammfunktion von f

$G \dots$ Stammfunktion von g

$H \dots$ Stammfunktion von h

$c, k, q \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

Funktion	Ableitungsfunktion	Unbestimmtes Integral (Menge der Stammfunktionen)
$f(x) = k$	$f'(x) = 0$	$F(x) = k \cdot x + c$
$f(x) = x^q$	$f'(x) = q \cdot x^{q-1}$	$F(x) = \frac{x^{q+1}}{q+1} + c$ für $q \neq -1$ $F(x) = \ln(x) + c$ für $q = -1$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$F(x) = e^x + c$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = \ln(a) \cdot a^x$	$F(x) = \frac{a^x}{\ln(a)} + c$
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$	$F(x) = -\cos(x) + c$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$	$F(x) = \sin(x) + c$
$g(x) = k \cdot f(x)$	$g'(x) = k \cdot f'(x)$	$G(x) = k \cdot F(x) + c$
$h(x) = f(x) \pm g(x)$	$h'(x) = f'(x) \pm g'(x)$	$H(x) = F(x) \pm G(x) + c$
$g(x) = f(k \cdot x)$	$g'(x) = k \cdot f'(k \cdot x)$	$G(x) = \frac{1}{k} \cdot F(k \cdot x) + c$

Bestimmtes Integral

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

11 Statistik

$x_1, x_2, \dots, x_n \dots$ eine Liste von n reellen Zahlen

Arithmetisches Mittel

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

Streuungsmaße

$s^2 \dots$ (empirische) Varianz einer Stichprobe

$s \dots$ (empirische) Standardabweichung einer Stichprobe

$$s^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{bzw.} \quad s = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Wenn aus einer Stichprobe vom Umfang n der Mittelwert μ und die Varianz σ^2 einer Grundgesamtheit geschätzt werden sollen:

$$\mu_{\text{Schätzung}} = \bar{x}$$

$$\sigma^2_{\text{Schätzung}} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{\text{Schätzung}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

12 Wahrscheinlichkeit

$n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, k \in \mathbb{N}, k \leq n$

$E, E_1, E_2 \dots$ Ereignisse

$\bar{E} \dots$ Gegenereignis von E

$E_1 \wedge E_2 \dots E_1$ und E_2

$E_1 \vee E_2 \dots E_1$ oder E_2

$P(E) \dots$ Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses E

$P(E_1 | E_2) \dots$ Wahrscheinlichkeit für E_1 unter der Voraussetzung, dass E_2 eingetreten ist
(„bedingte Wahrscheinlichkeit“)

Fakultät (Faktorielle)

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1 \qquad 0! = 1 \qquad 1! = 1$$

Binomialkoeffizient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Wahrscheinlichkeit bei einem Laplace-Versuch

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der für } E \text{ günstigen Ausgänge}}{\text{Anzahl der möglichen Ausgänge}}$$

Elementare Regeln

$P(\bar{E}) = 1 - P(E) \dots$ Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses

$P(E_1 \wedge E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2 | E_1) = P(E_2) \cdot P(E_1 | E_2)$

$P(E_1 \wedge E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2) \dots$ wenn E_1 und E_2 unabhängig voneinander sind

$P(E_1 \vee E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \wedge E_2)$

$P(E_1 \vee E_2) = P(E_1) + P(E_2) \dots$ wenn E_1 und E_2 unvereinbar sind

Erwartungswert $E(X)$ einer diskreten Zufallsvariablen X

mit den Ausprägungen x_1, x_2, \dots, x_n

$$E(X) = \mu(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \dots + x_n \cdot P(X = x_n) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$$

Varianz $V(X)$ einer diskreten Zufallsvariablen X

mit den Ausprägungen x_1, x_2, \dots, x_n

$$V(X) = \sigma^2(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

Standardabweichung σ

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Binomialverteilung

$n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, k \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{R}; k \leq n, 0 \leq p \leq 1$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$E(X) = \mu = n \cdot p$$

$$V(X) = \sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$$

Normalverteilung

$\mu, \sigma \in \mathbb{R}, \sigma > 0$

f ... Dichtefunktion

φ ... Dichtefunktion der Standardnormalverteilung

Φ ... Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung

Normalverteilung $N(\mu; \sigma^2)$: Zufallsvariable X ist normalverteilt mit den Parametern μ und σ bzw. σ^2

$$P(X \leq x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x) dx = \int_{-\infty}^{x_1} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

$$E(X) = \mu$$

$$V(X) = \sigma^2$$

$$(1) P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,683$$

$$(2) P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2 \cdot \sigma) \approx 0,954$$

$$(3) P(\mu - 3 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 3 \cdot \sigma) \approx 0,997$$

Standardnormalverteilung $N(0; 1)$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$\Phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \varphi(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

$$P(-z \leq Z \leq z) = 2 \cdot \Phi(z) - 1$$

$P(-z \leq Z \leq z)$	= 90 %	= 95 %	= 99 %
z	$\approx 1,645$	$\approx 1,960$	$\approx 2,576$

Konfidenzintervall

h ... relative Häufigkeit in einer Stichprobe

p ... unbekannter relativer Anteil in der Grundgesamtheit

α ... Irrtumswahrscheinlichkeit

γ ... Konfidenzniveau (Vertrauensniveau)

γ -Konfidenzintervall für p (diejenigen Werte p , in deren γ -Schätzbereich der Wert h liegt):

$$\left[h - z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}}; h + z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}} \right], \text{ wobei für } z \text{ gilt: } \gamma = 2 \cdot \Phi(z) - 1$$

$$\alpha = 1 - \gamma$$

13 Vorsilben

Tera-	T	10^{12}	Dezi-	d	10^{-1}
Giga-	G	10^9	Zenti-	c	10^{-2}
Mega-	M	10^6	Milli-	m	10^{-3}
Kilo-	k	10^3	Mikro-	μ	10^{-6}
Hekto-	h	10^2	Nano-	n	10^{-9}
Deka-	da	10^1	Pico-	p	10^{-12}

14 Größen und ihre Einheiten

Größe	Einheit	Symbol	Beziehung
Temperatur	Grad Celsius bzw. Kelvin	$^{\circ}\text{C}$ K	$\Delta t = \Delta T$
Frequenz	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$
Energie, Arbeit, Wärmemenge	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
Kraft	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Drehmoment	Newtonmeter	$\text{N} \cdot \text{m}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
elektrischer Widerstand	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1} =$ $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-3}$
Druck	Pascal	Pa	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} =$ $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
elektrische Stromstärke	Ampere	A	$1 \text{ A} = 1 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$
elektrische Spannung	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \cdot \text{J} \cdot \text{C}^{-1} =$ $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$
Leistung	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} =$ $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$

15 Physikalische Größen und Definitionen

Dichte	$\rho = \frac{m}{V}$			
Leistung	$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$	$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$	$P = \frac{dW(t)}{dt}$	
Kraft	$F = m \cdot a$			
Arbeit	$W = F \cdot s$			
	$W = \int F(s) ds$	$F = \frac{dW}{ds}$		
kinetische Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$			
potenzielle Energie	$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$			
gleichförmige geradlinige Bewegung	$v = \frac{s}{t}$	$v = \frac{ds}{dt}$	$v(t) = s'(t) = \frac{ds}{dt}$	
gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung	$v = a \cdot t + v_0$	$a = \frac{dv}{dt}$	$a(t) = v'(t) = \frac{dv}{dt} = s''(t) = \frac{d^2s}{dt^2}$	

16 Finanzmathematische Grundlagen

Zinseszinsrechnung

K_0 ... Anfangskapital

K_n ... Endkapital

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n \quad \text{mit } i = \frac{p}{100}$$

Kosten-Preis-Theorie

x ... (produzierte, verkaufte, nachgefragte) Menge (in ME)

variable Kosten:	$K_v(x)$
Fixkosten:	K_f
(Gesamt-)Kosten:	$K(x) = K_v(x) + K_f$
Grenzkosten:	$K'(x)$
Nachfragepreis:	$p(x)$
Erlös/Ertrag:	$E(x) = p(x) \cdot x$
Grenzerlös:	$E'(x)$
Gewinn:	$G(x) = E(x) - K(x)$
Grenzwinn:	$G'(x)$
Break-even-Point/Gewinnschwelle:	$E(x) = K(x)$... (erste Nullstelle der Gewinnfunktion)